

# 15<sup>as</sup> Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova Teórica da Final Nacional

25 de Junho de 2021

10:30 (Continente e Madeira) / 09:30 (Açores)

Duração máxima – 120 minutos

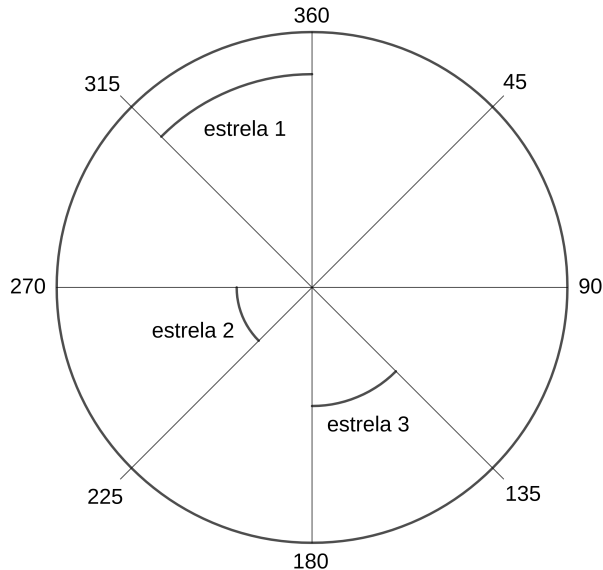


## Notas:

- Leia atentamente todas as questões.
- As 6 primeiras perguntas são de escolha múltipla.
- Existe uma tabela com dados e informações úteis no final do enunciado.
- Todas as respostas devem ser dadas na folha de prova sendo devidamente assinadas.

## PERGUNTAS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

1. Um astrónomo apontou uma câmara directamente para o pólo Sul celeste e obteve uma imagem de longa exposição. No diagrama seguinte, estão representados os traços de algumas estrelas observadas nessa imagem.



Com base no diagrama, qual foi a duração da exposição?

- a) 3 horas
- b) 4 horas
- c) 1 hora
- d) 6 horas

**2.** Saturno é o planeta do sistema solar com o maior número de satélites naturais. Qual o número de luas deste planeta?

- a) 62
- b) 68
- c) 79
- d) 82

**3.** Que nome se dá ao conjunto próximo de galáxias do qual faz parte a Via Láctea?

- a) Grupo Local
- b) Enxame Local
- c) Enxame da Virgem
- d) Grupo da Virgem

**4.** 61 Cygni B é um estrela do tipo espectral K7 V com uma temperatura efetiva de  $\sim 4,000$  K enquanto que BI 253 é uma estrela do tipo espectral O2 V-III com uma temperatura efetiva de  $\sim 50,000$  K. Se 61 Cygni B tivesse o mesmo tamanho que BI 253, qual das afirmações seguintes não seria verdadeira?

- a) BI 253 é mais luminosa que 61 Cygni B.
- b) 61 Cygni B emite mais radiação no infravermelho do que no ultravioleta.
- c) BI 253 emite mais radiação no ultravioleta do que no infravermelho.
- d) 61 Cygni B emite mais radiação no infravermelho do que BI 253.

**5.** Relativamente a manchas solares, qual das seguintes afirmações é falsa?

- a) São regiões de fortes campos magnéticos.
- b) A temperatura na superfície da mancha é inferior à temperatura na maioria da superfície do Sol.
- c) A sua cor escura resulta de uma composição química local distinta do resto da superfície do Sol.
- d) Elas tendem a ocorrer na mesma altura que fenómenos de actividade solar como proeminências ou erupções solares.

6. TOI-1789b é um exoplaneta descoberto em 2021 com um raio de 1,4 raios de Júpiter. Este exoplaneta orbita a estrela TYC 1962-00303-1 cujo o raio é 2,2 vezes maior que o do Sol. Em percentagem, qual é a profundidade do trânsito de TOI-1789b? (Assume que o raio de Júpiter é  $R_J = 69911$  km)

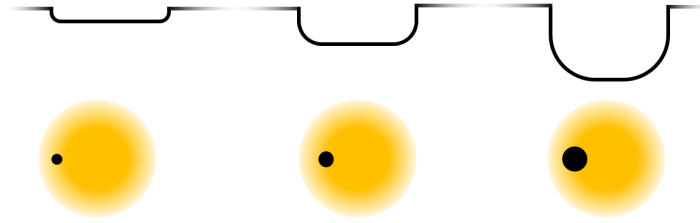


Figura 1: Exemplos da variação do brilho de uma estrela devido ao trânsito de um planeta.

- a) 0,4%
- b) 2,4%
- c) 4,4%
- d) 6,4%

## PERGUNTAS DE RESPOSTA LONGA

7. Em Astronomia, o período sinódico de um corpo é o tempo entre dois alinhamentos sucessivos da Terra e desse mesmo corpo em relação ao Sol. Nas seguintes alíneas vamos assumir que todos os corpos orbitam o Sol em órbitas circulares e no mesmo plano. Vamos então considerar um corpo hipotético com uma órbita exterior à da Terra.

- a) Denotando por  $T_T$  o período orbital da Terra e  $T_c$  o período orbital do corpo, mostra que o período entre dois alinhamentos sucessivos (o período sinódico)  $T_s$  pode ser obtido da expressão:

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_c} \quad (1)$$

- b) A expressão que derivaste acima é válida para planetas com órbitas interiores às da Terra? Justifica a tua resposta.
- c) Se o período orbital do corpo for igual ao sinódico, qual será esse valor em anos?
- d) No sistema solar não existe nenhum corpo como o que consideramos na alínea c), mas Marte não está longe. Marte tem um período de 687 dias. Qual é o período sinódico de Marte?
- e) Sabendo apenas que 105 dias depois da oposição de Marte, este tem uma elongação de  $90^\circ$ , qual é a distância de Marte ao Sol em unidades astronómicas?

8. Em 1933, Fritz Zwicky estudou em detalhe o aglomerado de galáxias conhecido como Aglomerado de Coma e calculou a sua massa de duas maneiras diferentes. Neste exercício vamos tentar seguir as passadas dele.

- a) Considera dois corpos de massas idênticas  $m$  que orbitam em torno do centro de massa comum em órbitas circulares de raio  $R$ . Mostra que a velocidade orbital de cada corpo é dada por:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{Gm}{4R}} \quad (2)$$

- b) Escreve a expressão para a energia cinética, potencial e total do sistema e mostra que

$$2E_{kin} + E_{pot} = 0 \quad (3)$$

A expressão acima continua a ser aplicável quando temos um sistema de  $N$  corpos em equilíbrio. Vamos então tentar aplicar a expressão acima a um enxame de galáxias.

- c) Considera um aglomerado composto por  $N$  galáxias semelhantes de massa  $m$  (cada uma) e que estas se encontram uniformemente distribuídas numa esfera de raio  $R$ . Para um corpo no limite do aglomerado, mostra que a velocidade de escape é dada por:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GNm}{R}} \quad (4)$$

- d) Sabendo que a energia potencial média do sistema de  $N$  galáxias é dada por:

$$\tilde{E}_{pot} = -\frac{N^2}{2} \frac{Gm^2}{2R} \quad (5)$$

mostra que a velocidade média de cada galáxia é dada por:

$$v_{med}^2 = \frac{N G m}{2 R} \quad (6)$$

- e) Zwicky, observando o aglomerado de Coma, viu que este era composto por aproximadamente 800 galáxias com uma massa média de  $m = 10^9 M_{\odot}$ . Com estes dados consegues calcular facilmente a massa do aglomerado, mas a expressão derivada na última alínea permite-te descobrir a massa de uma outra maneira. Sabendo que  $v_{med} = 3000 \text{ km s}^{-1}$  e  $R = 0.3 \text{ Mpc}$ , calcula essa massa. Como se compara com a obtida visualmente? Como explicas o resultado?

9. A Figura abaixo mostra o espectro de uma galáxia na região da luz visível. No extremo azul, em destaque à direita, é possível identificar duas riscas de absorção intensas, conhecidas como duplete do cálcio ionizado. Em laboratório, essas transições são observadas nos comprimentos de onda de  $3934 \text{ \AA}$  e  $3969 \text{ \AA}$ .

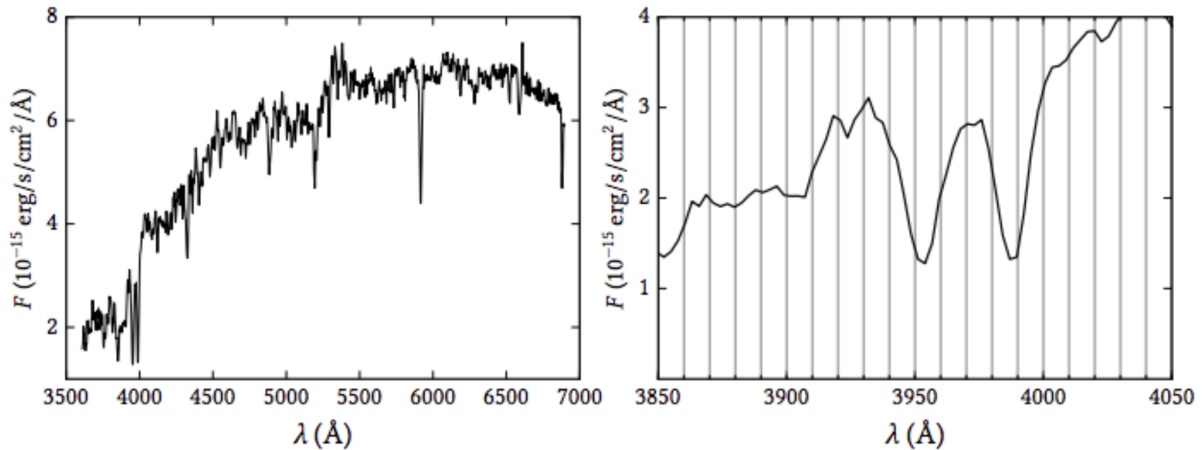


Figura 2: Espectro da Galáxia

- Determina os comprimentos de onda, em  $\text{\AA}$ , das transições do duplete observadas no espectro da galáxia.
- Utiliza os valores obtidos na alínea anterior para calcular o redshift  $z$  médio da galáxia.
- Calcula sua velocidade de afastamento em  $\text{km/s}$ .
- Determina sua distância em  $\text{Mpc}$ . Usa  $H_0 = 72 \text{ km/s/Mpc}$ .
- Calcula a luminosidade da galáxia, em unidades solares, sabendo que sua magnitude aparente no filtro V é  $m_V = 12$ . Usa  $M_{V\odot} = +4,83$ .
- Se esta galáxia tiver aproximadamente o mesmo tamanho da Via Láctea ( $30 \text{ kpc}$  de diâmetro), calcula o seu diâmetro angular como visto no céu da Terra, em minutos de arco.

**10.** A Luminosidade de Eddington é a luminosidade máxima que um objecto astronómico pode atingir, mantendo um equilíbrio de forças entre a radiação e a gravidade. Ultrapassado este limite, a pressão da radiação é tão forte que grandes quantidades de matéria começam a ser expelidos da superfície do objecto.

De forma a derivarmos a expressão para a Luminosidade de Eddington, vamos considerar uma estrela como uma nuvem esférica de raio  $R$ , opacidade  $k$ , composta por partículas com massa  $m$ .

a) Mostra que a pressão da radiação à superfície da estrela é

$$P_{\text{rad}} = \frac{L}{4\pi R^2 c} \quad (7)$$

(Sugestão: começa por arranjar uma expressão para o momento de um fóton e considera o que acontece se a energia desse fóton for absorvida por partículas à superfície da estrela)

b) Sabendo que a força da radiação aplicada numa partícula de massa  $m$  é dada por

$$F_{\text{rad}} = mP_{\text{rad}}k \quad (8)$$

mostra que a expressão para a Luminosidade de Eddington é

$$L = \frac{4\pi GMc}{k} \quad (9)$$

c) Considera os 3 objectos/eventos astronómicos seguintes:

- uma estrela gigante do tipo AGB (por exemplo, a estrela Mira)
- o Sol
- uma explosão de raios-gamma

Os 3 têm luminosidades (em unidades de luminosidade de Eddington) de:

(i)  $3 \times 10^{-5} L_{\text{Edd}}$

(ii)  $0.2 L_{\text{Edd}}$

(iii)  $10^{12} L_{\text{Edd}}$

(não está necessariamente na mesma ordem).

Associa cada um dos 3 objectos/eventos à respectiva luminosidade, justificando a resposta.

## Tabela de Dados:

### Constantes Universais

- Velocidade da luz (vazio):  $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- Constante gravitacional:  $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- Constante de Stefan-Boltzmann:  $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^2 \text{ K}^{-4}$
- Constante de dispersão de Wien:  $b = 2.8976 \times 10^{-3} \text{ m K}$

### Dados sobre o Sol

- Massa do Sol:  $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
- Raio do Sol:  $R_{\odot} = 6.955 \times 10^8 \text{ m}$
- Período médio de rotação do sol:  $T = 27 \text{ dias}$
- Luminosidade do Sol:  $L_{\odot} = 3.846 \times 10^{26} \text{ W}$
- Temperatura superficial do Sol:  $T_{ef} = 5780 \text{ K}$

### Dados sobre a Terra

- Massa da Terra:  $M_{\oplus} = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$
- Raio da Terra:  $R_{\oplus} = 6371 \times 10^3 \text{ m}$

### Dados sobre a Lua

- Massa da Lua:  $M_{\zeta} = 7.348 \times 10^{22} \text{ kg}$
- Raio da Lua:  $R_{\zeta} = 1738 \times 10^3 \text{ m}$

### Conversão de unidades

- Unidade Astronómica (UA):  $1 \text{ UA} = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$
- Parsec (pc):  $1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m}$

### Relações importantes

- Velocidade angular  $\Omega = \frac{2\pi}{T} [\text{rad s}^{-1}]$
- Lei de Stefan-Boltzmann:  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$
- Distância em parsec:  $d_{pc} = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$
- Magnitude absoluta:  $M = -2,5 \log(L) + K$ , em que  $K$  é uma constante
- Lei da Gravitação Universal:  $F_g = G \frac{Mm}{r^2}$
- Lei de Wien:  $\lambda_{max} = \frac{b}{T}$

- Lei dos cossenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

