13as Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova da final nacional

PROVA TEÓRICA

25 de maio de 2018

Duração máxima – 120 minutos

Notas: Leia atentamente todas as questões. As primeiras 6 questões são de escolha múltipla. Todas as respostas devem ser dadas na folha de prova sendo devidamente assinadas. Existe uma tabela com dados e informações úteis no final do enunciado.

---

1) Um corpo negro é (escolhe a opção correta):

a) Um corpo de cor preta;

b) Um corpo que absorve toda a radiação eletromagnética que sobre ele incide;

c) Um corpo que não emite radiação eletromagnética;

d) Um corpo que é transparente à radiação eletromagnética e por isso não se vê.

R: A

2) No Universo primordial, a época da recombinação refere-se ao momento em que o Universo se tornou transparente para os fotões. Qual das seguintes frases melhor descreve o fenómeno que teve lugar nesta fase?

a) Formaram-se as primeiras estrelas;

b) Protões e neutrões juntaram-se para formar Deutério e Hélio;

c) A matéria e anti-matéria aniquilaram-se, restando apenas um excesso de matéria;

d) Núcleos e electrões combinaram-se para formar átomos neutros.

R: D

3) Quantos exoplanetas (planetas extrassolares) estavam confirmados até 21 de maio de 2018:

a) menos 1000;

b) entre 1000 a 3500;

c) entre 3500 e 6000;

d) mais de 6000.

R: D

4) A risca de emissão de 21 cm é muito usada em Astronomia para estudar os movimentos do gás existente na nossa e em outras galáxias. Que fenómeno físico está associado a esta emissão?

a) a mudança de spin do eletrão do átomo de hidrogénio;

b) a mudança de orbital do eletrão do átomo de hidrogénio;

c) o choque de um eletrão livre com átomos do meio interestelar;

d) a mudança de orbital de um eletrão do átomo de hélio ionizado.

R: A

5) Porque é que não observamos eclispes lunares/solares a cada lua nova ou lua cheia?

a) Porque o plano orbital da Lua está inclinado relativamente à órbita da Terra em torno do Sol;

b) Os eclipses acontecem todos os meses, mas eles são vistos em lugares diferentes na Terra;

c) A maioria dos eclipses acontecem durante o dia, logo não são visíveis;

d) Porque a distância Terra-Lua altera-se ao longo do tempo.

R: A

6) Qual é a velocidade orbital média da Terra em torno do Sol?

a) 150 km/s;

b) 30 km/s;

c) 15 km/s;

d) 0.3 km/s;

R: B

7) A supernova 1987A atingiu um brilho máximo com uma magnitude aparente de +3 no dia 15 de Maio de 1987. A partir daí, o seu brilho começou a diminuir até ficar invisível a olho nú (mag = +6) no dia 4 de Fevereiro de 1988. Assume-se que o brilho *B* varia com o tempo *t* segundo um decaimento exponencial $B=B_0 e^{-t/\tau}$, onde B_0 e τ são constantes.

a) Determina o valor de τ em dias.

R: $m-m_0=-2.5\log(B/B_0)$ **- 30%**

intervalo de tempo em dias é de 265 dias – 20%

$6-3=2.5\times(265/\tau)\times\log(e)\Rightarrow\tau=95.9$ **dias – 50%**

b) Determina o último dia em que os astrónomos poderão ter observado a supernova com um telescópio de 15.25 cm. Para tal, assume que a magnitude limite de detecção do telescópio é 12.6.

R: 12.6-3 = 2.5*(t/95.9)*log(e) => t = 847.9 dias – 50%

=> o último dia que os observadores em podiam ver a supernova foi a 8 de Setembro de 1989 – 50%

8) Assume que para uma estrela da sequência principal, a relação entre a luminosidade e a massa é dada por $L=kM^{3.5}$, em que k é uma constante. Assume também que toda a energia libertada ao longo da vida de uma estrela é proporcional à massa dessa estrela. No caso do Sol, o seu tempo de vida é de cerca de 10 mil milhões de anos.
Na tabela seguinte são indicadas as massas das estrelas para tipos específicos de classe espectral. Assume que as subclasses espectrais (da mais quente "0" até à menos quente "9") variam linearmente com *log(M)*.

Classe Espectral	O5	B0	A0	F0	G0	K0	M0
Massa ($M_\odot$)	60	17.5	2.9	1.6	1.05	0.79	0.51

a) Com base nos dados apresentados, estima a classe espectral do Sol (com precisão até ao nível da subclasse).

b) Se considerarmos que a vida inteligente demora 4×10^9 anos para evoluir, qual a classe espectral (com precisão até ao nível da subclasse) da estrela mais massiva possível, em torno da qual os astrónomos podem procurar por vida inteligente?

R: $E\propto M\Rightarrow L\times t\propto M$ **- 20%**

$L\propto M^{3.5}\Rightarrow t=t_\odot\times(M_\odot/M)^{2.5}\Rightarrow M_{max}=1.44\,M_\odot$ **- 40%**

Usando a relação linear, (10/(log(1.6)-log(1.05)))*(log(1.6)-log(1.44))=2.5 => F2 ou F3 – 40%

c) Assume que um planeta tem a mesma emissividade ε e albedo *a* da Terra. De forma a ter a mesma temperatura da Terra, expressa a distância *d*, em unidades astronómicas, entre o planeta e a estrela anfitriã (da sequência principal), com massa *M*. Para tal, deves considerar que o planeta está em quilíbrio térmico, isto é, a energia recebida é igual à energia emitida.

R: $P_{recebida}=(1-a)\frac{r^2 L}{4 d^2}$ **; 20%**

$P_{emitida}=4\pi r^2 \epsilon\sigma T^4$ **20%**

P_emitida=P_recebida 20%

Como a temperatura do planeta é igual à da Terra,

$$t^4=\frac{(1-a)L}{16\pi\epsilon\sigma d^2}=\frac{(1-a)L_\odot}{16\pi\epsilon\sigma d_\odot^2}\Rightarrow\frac{L}{d^2}=\frac{L_\odot}{d_\odot^2}$$ **20%**

$$\left(\frac{d}{d_\odot}\right)^2=\frac{L}{L_\odot}=\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{3.5}\Rightarrow d=\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1.75}$$ **20%**

9) Um dos princípios fundamentais da Cosmologia moderna é que, a grande escala, vivemos num Universo homogéneo e isotrópico. Para o nosso

modelo do Universo existe uma densidade crítica, $\rho_c=\frac{3H_0^2}{8\pi G}$, que define a densidade necessária para travar a expansão do Universo (ao fim de um tempo infinito).

a) Sabendo que o parâmetro de densidade de matéria do Universo $\Omega_m=\rho_m/\rho_c$ é igual a 32%, e assumindo um parâmetro de Hubble H_0= 67.26 km.s^{-1}.Mpc^{-1}, calcula, em unidades S.I., a densidade média de material (ρ_m) existente.

R: **1 Mpc = 3.0856e22 m = 3.0856e19 km**

H0= 67.26 km/s/Mpc= 67.26km/s /3.0856e19 km= 2.179803e-18 s-1

\rho_m=0.32\rho_c = 0.32 x 3 x {H_0}^2 / 8 x \pi x G = ... = 2x 10^{-27} kg/m3

b) Notando que observações de matéria bariônica do nosso Universo nos indicam uma densidade de 3.4×10^{-28} kg/m^3, explica a discrepância observada com o valor para a densidade de matéria obtida na alínea anterior.

R: **A densidade de matéria bariônica do Universo é mais baixa que a densidade de matéria total porque existe uma componente desconhecida de matéria (matéria escura) que interage gravitacionalmente mas não tem nenhuma observação provada em radiação electromagnética.**

c) Considera agora uma galáxia a orbitar a nossa posição a uma distância de 30 Mpc de nós. Calcula a quantidade de matéria existente na esfera interior a essa distância (assume densidade constante). Assumindo que as galáxias têm uma massa típica de 10^{11} $M_\odot$, estima o número médio de galáxias que é esperado nesse volume.

R: **Assumindo uma densidade constante, a massa de uma esfera de raio d=30 Mpc é M = 4/3 x pi x d^3 x \rho_m = 4/3 x (30 x 3.0856e22)^3 x 2 x 10^-27 = 6.6e45 kg = 3.3e12 M_\odot. Assumindo uma massa média de 1e11M_\odot, estima-se um número médio de galáxias neste volume de 3.3e12/1e11 = 33 galáxias.**

d) Calcula a velocidade de recessão dessa galáxia usando a lei de Hubble.

R: **Por aproximação da lei de Hubble v = H0xd = 67.26 km/s/Mpc x30 Mpc =2017.8 km/s**

e) Para testar experimentalmente a hipótese de afastamento da galáxia, fizeram-se observações espectroscópicas desta galáxia. Foi detectada a risca de emissão de Hα (comprimento de onda em laboratório de 656nm) com um comprimento de onda de 653nm. Calcula a velocidade radial da galáxia em relação a nós. Explica que efeito pode explicar a diferença entre este valor e o obtido na alínea anterior.

R: **(653-656)/656 * 3e5 km/s = -1371 km/s**

Esta galáxia tem uma velocidade de afastamento negativa o que significa que se está a aproximar de nós. Isto significa que a estas escalas a velocidade peculiar da galáxia (derivada a partir das interações gravíticas) é superior ao efeito da expansão do Universo.

10) Considera uma estrela variável do tipo RR Lyrae. Os astrónomos determinaram que o seu período de pulsações é de 12 horas, a sua magnitude aparente tem uma variação de $\Delta m = 0.5$ e a razão de temperaturas entre a temperatura no máximo de brilho T_1 e no mínimo de brilho T_2 é T_1/T_2 = 1.2. Também é sabido que a intensidade do desvio para o vermelho (ou para o azul) da radiação emitida é aproximadamente constante ao longo de um ciclo de pulsação e igual a $z = 2.7 \times 10^{-5}$. Determina os raios R_1 e R_2 da estrela no máximo e mínimo de brilho, respectivamente. Apresenta a tua resposta em unidades de raios solares.

R: $\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4$ **10%**

$\Delta m = 2.5 \log\left(\frac{L_1}{L_2}\right) \Rightarrow$ **20%**

$\frac{R_1}{R_2} = 0.874$ **20%**

$v = cz = 8100$ **m/s 10%**

$R_2 - R_1 = 6 \times 3600 \times 8100 = 0.25 R_\odot$ **20%**

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_2 - 0.25}{R_2} = 0.874 \Rightarrow R_2 = 2 R_\odot \wedge R_1 = 1.75 R_\odot$ **20%**

11) A temperatura subsolar da Terra é o valor obtido para a temperatura média na da Terra se ignorarmos o efeito estufa, assumindo que a Terra é um corpo negro. Estima qual é este valor?
Assume que a órbita da Terra em torno do Sol é circular e que Terra está em equilíbrio térmico com a sua vizinhança.

R:Se Terra for um corpo negro (emissividade *e*=1) então a potência emitida pela Terra é

$$P_\oplus = 4\pi r_\oplus^2 \sigma T_\oplus^4$$

A Potência (Luminosidade) emitida pelo Sol é

$$L_\odot = 4\pi r_\odot^2 \sigma T_\odot^4$$

A potência da energia solar que é absorvida pela Terra é (considerando que os raios paralelos que atingem a Terra atravessam uma área circular com o diâmetro da Terra da superfície esférica centrada no Sol à distância da Terra)

$$P_{TS} = \frac{L_\odot \pi r_\oplus^2}{4\pi r_{TS}^2} = \frac{L_\odot r_\oplus^2}{r_{TS}^2}$$

Em que r_{TS} **é o raio da órbita da Terra em torno do Sol.**

Tem-se então que, como a Terra está em equilíbrio térmico com a sua vizinhança, tem-se

$$\frac{4\pi r_\odot^2 \sigma T_\odot^4 r_\oplus^2}{r_{TS}^2} = 4\pi r_\oplus^2 \sigma T_\oplus^4$$

ou seja

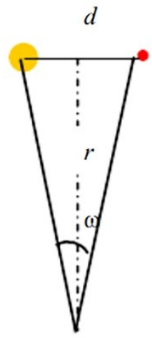
$$T_\oplus^4 = \frac{r_\odot^2 T_\odot^4}{r_{TS}^2}$$

Pelo que a temperatura média da Terra pode ser calculada como

$$T \oplus_{\square} = \sqrt[4]{\frac{r_\odot^2 T_\odot^4}{r_{TS}^2}} = \sqrt[4]{\frac{(6{,}963 \times 10^8)^2 \times (5780)^4}{(1{,}496 \times 10^{11})^2}} = 395\,\mathrm{K}$$

12) Vamos supor que observamos um "Júpiter quente" orbitando em torno de uma estrela que dista r = 500 pc da Terra. O exoplaneta está a uma distância média d = 10 UA da sua estrela. Qual é o diâmetro mínimo, D, que um telescópio deveria ter para poder resolver os dois objetos (estrela e planeta)? Assumimos que a observação é feita na parte ótica do espectro eletromagnético (λ ~ 500nm), fora da atmosfera da Terra e que a ótica do telescópio é perfeita.

R:Da figura à direita temos



$$\omega(\mathrm{rad}) = \frac{d}{r} = \frac{10\,\mathrm{AU}}{500\,\mathrm{pc}} = \frac{10 \times 1{,}496 \times 10^{11}\,\mathrm{m}}{500 \times 3{,}09 \times 10^{16}\,\mathrm{m}} = 9{,}7 \times 10^{-8}\,\mathrm{rad}$$

Este ângulo corresponde à resolução angular mínima pretendida. Logo

$$\Delta\theta = 1{,}22 \times \frac{\lambda}{D} \Longleftrightarrow 9{,}7 \times 10^{-8}\,\mathrm{rad} = \frac{500 \times 10^{-9}\,\mathrm{m}}{D} \Longleftrightarrow D = 5{,}2\,\mathrm{m}$$

Idealmente o telescópio deverá ter mais de 5,2 m.

Tabela de dados:

Constantes universais

Velocidade da luz (vazio): $c = 3 \times 10^{8}\, m\, s^{-1}$

Constante gravitacional: $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\, N\, m^{2}\, kg^{-2}$

Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5{,}670 \times 10^{-8}\, W\, m^{2}\, K^{-4}$

Dados sobre o Sol:

Massa do Sol: $M_{\odot}$ = $1{,}99 \times 10^{30}\, kg$

Raio do Sol: $R_{\odot}$ = $6{,}955 \times 10^{8}\, m$

Período médio de rotação do sol: T = 27 dias

Luminosidade do Sol: $L_{\odot}$ = $3{,}846 \times 10^{26}\, W$

Temperatura superficial do Sol: T_{ef} = 5780 K

Dados sobre a Terra:

Massa da Terra: $M_{\otimes}$ = $5{,}972 \times 10^{24}\, kg$

Raio da Terra: $R_{\otimes}$ = $6371 \times 10^3 m$

Distância média da Terra ao Sol: $149{,}6 \times 10^9 m$

Dados sobre a Lua:

Massa da Lua: $M_{☾}$ = $7{,}348 \times 10^{22} kg$

Raio da Lua: $R_{☾}$ = $1738 \times 10^3 m$

Conversão de unidades:

Unidade Astronómica (UA): $1 UA = 1{,}49 \times 10^{11} m$

Parsec (pc): $1 pc = 3{,}086 \times 10^{16} m$

Relações importantes:

Velocidade angular Ω = $\frac{2\pi}{T}$ [rad.s-1]

Lei de Stefan-Boltzmann: $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$

Distância em parsec: $d_{pc} = 10^{\frac{m - M + 5}{5}}$

Magnitude absoluta: $M = -2{,}5 \log(L) + K$, em que K é uma constante

Lei da Gravitação Universal: $Fg = G \frac{Mm}{r^2}$