

4^{as} Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova Final Nacional
5 de Junho de 2009 – 15:00

RESOLUÇÃO e COTAÇÕES

1. 30 pontos (5 pontos cada)

| | | |
|------------|-----------|----------|
| 1.1 | a) | X |
| | b) | |
| | c) | |
| | d) | |

| | | |
|------------|-----------|----------|
| 1.2 | a) | |
| | b) | |
| | c) | |
| | d) | X |

| | | |
|------------|-----------|----------|
| 1.3 | a) | |
| | b) | X |
| | c) | |
| | d) | |

| | | |
|------------|-----------|----------|
| 1.4 | a) | |
| | b) | X |
| | c) | |
| | d) | |

| | | |
|------------|-----------|--|
| 1.5 | a) | |
| | b) | |
| | c) | |
| | d) | |

| | | |
|------------|-----------|--|
| 1.6 | a) | |
| | b) | |
| | c) | |
| | d) | |

2. 10 pontos

Tem-se

$$\frac{F_{g_{Lua}}}{F_{g_{Terra}}} = \frac{G \frac{M_{Lua} m}{r_{Lua}^2}}{G \frac{M_{Terra} m}{r_{Terra}^2}} = \frac{\frac{M_{Lua}}{r_{Lua}^2}}{\frac{M_{Terra}}{r_{Terra}^2}} = \frac{M_{Lua} \cdot r_{Terra}^2}{M_{Terra} \cdot r_{Lua}^2} = \frac{7,35 \times 10^{22} \times (6,37 \times 10^6)^2}{5,98 \times 10^{24} \times (1,74 \times 10^6)^2} = 0,165 \approx \frac{1}{6}$$

ou seja $F_{g_{Lua}} = \frac{1}{6} F_{g_{Terra}}$

3. 20 pontos

Nunca cai. No momento em que é largada a chave de parafusos tem a mesma velocidade que a Estação orbital e que é a velocidade orbital. Logo permanece em órbita paralelamente à nave á mesma distância desta a que foi solta.

4. 20 pontos

A potência total absorvida pela Terra pela expressão (recorde-se que a radiação que chega à Terra é um cilindro de base πR_T^2)

$$P_{\text{absorvida}} = S \times (1-A) \times \pi R_T^2$$

A potência emitida pela Terra será obtida pela Lei de Stefan-Boltzmann, Tem-se então

$$P_{\text{emitida}} = 4\pi R_T^2 \sigma e T^4$$

Como para a Terra estar em equilíbrio radiativo

$$P_{\text{absorvida}} = P_{\text{emitida}}$$

Então

$$S \times (1-A) \times \pi R_T^2 = 4\pi R_T^2 \sigma e T^4$$

pelo que, rearranjando, se tem

$$T^4 = \frac{S \times (1-A)}{4 \sigma e} \Leftrightarrow T = \sqrt[4]{\frac{1370 \times (1-0,3)}{4 \times 5,67 \times 10^{-8}}} = 255 \text{ K}$$

5.a 10 pontos

$$F_{(\text{Sirius})}/F_{(\text{Sol})} = L_{(\text{Sirius})}/L_{(\text{Sol})} [\text{dist}_{(\text{Sol})}/\text{dist}_{(\text{Sirius})}]^2$$

$$\begin{aligned} L_{(\text{Sirius})}/L_{(\text{Sol})} &= F_{(\text{Sirius})}/F_{(\text{Sol})} [\text{dist}_{(\text{Sirius})}/\text{dist}_{(\text{Sol})}]^2 \\ &= 8,58 \times 10^{-11} (2,64 \times 206265)^2 \\ &= 25,3 \end{aligned}$$

$$L_{(\text{Canopus})}/L_{(\text{Sol})} = 13606$$

As estrelas mais luminosas poderão não ser as mais brilhantes. O factor da distância é crucial na diminuição do brilho.

5.b 15 pontos

$$G M m/d^2 = m v^2/d$$
$$= m \omega^2 d = (2 \pi/Per)^2 d^3$$

Per - período de rotação do planeta em torno da estrela

comparando Canopus e Sol obtemos

$$M_{(Can)} / M_{(Sol)} = (Per_{(Sol)} / P_{(Can)})^2 (dist_{(Can)} / dist_{(Sol)})^3$$

Per_(Sol) - período da Terra em torno do Sol = 1 ano

dist_(Sol) - distância da Terra ao Sol = 1 ua

Como Per_(Can) = 1 ano

$$dist_{(Can)} = (M_{(Can)} / M_{(Sol)})^{(1/3)}$$
$$= 2,04 \text{ ua}$$

$$R_{(sol)} = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$$

$$1 \text{ ua} = 1,49 \times 10^{11} \text{ m} = 214 R_{(sol)}$$

α - raio angular de Canopus visto de uma distância igual a 2,04 ua

$$\tan \alpha = 65 R_{(Sol)} / (2,04 \times 214 R_{(Sol)}) = 0,149$$

$$\alpha = 0,147 \text{ rad} = 8,4 \text{ graus}$$

diâmetro angular de Canopus é 16.8 graus

Para esse planeta Canopus aparece 16,8/0.52 vezes maior do que o Sol para nós.

5.c..... 15 pontos

$$1 \text{ Kg (H)} \rightarrow 0,00712 \times (3 \times 10^8)^2 \text{ Joule} \\ = 6,408 \times 10^{14} \text{ Joule}$$

$$L_{(\text{Sol})} = 3,846 \times 10^{26} \text{ J/s}$$

Num segundo são queimados

$$3,846 \times 10^{26} / 6,408 \times 10^{14} = 6 \times 10^{11} \text{ Kg de Hidrogénio} \\ = 600 \text{ milhões de toneladas de hidrogénio}$$

6.

6.a 10 pontos

$$t_{\text{Hubble}} = 1/H_0 = 1/(72 \text{ km/s/Mpc}) = 1\text{s}/(72\text{km}/10^6 \times 3,086 \times 10^{13} \text{ km}) \approx 4,3 \times 10^{17} \text{ s} = \\ 4,3 \times 10^{17} / (365,25 \times 24 \times 3600) \text{ anos} \approx 1,4 \times 10^{10} \text{ anos}$$

6.b 10 pontos

$$\text{De } v = H_0 \times d \text{ vem } c = H_0 \times r_{\text{Hubble}}$$

$$\therefore r_{\text{Hubble}} = c/H_0 = (3 \times 10^5 \text{ km/s}) / (72 \text{ km/s/Mpc}) \approx 4166,7 \text{ Mpc} = 4166,7 \times 10^6 \times \\ 3,2616 \text{ a.l.} \approx 1,36 \times 10^{10} \text{ a.l.}$$

6.c 10 pontos

lei de Wien: $\lambda_{MAX} = \text{constante} / T$

Na recombinação: $\lambda_{MAX_rec} = \text{constante} / 3000$

Hoje: $\lambda_{MAX_hoje} = \text{constante} / 2,73$

E, de facto, $\lambda_{MAX_hoje} \equiv \lambda_{observado}$ e $\lambda_{MAX_rec} \equiv \lambda_{emitido}$ (ou $\lambda_{repouso}$) sendo que, tal como na pergunta da Mercedes, $1+z = \lambda_{observado} / \lambda_{emitido}$

$$\therefore z_{rec} = (\lambda_{MAX_hoje} / \lambda_{MAX_rec}) - 1 = (T_{rec} / T_{hoje}) - 1 = (3000 / 2,73) - 1 \approx 1098$$

6.d 10 pontos

$d(z) = a(z) \times d_{estática}$ com $d_{estática}$ constante

hoje $\Leftrightarrow z=0$

$$\therefore d(z=0) = a(z=0) \times d_{estática} \quad \text{e} \quad d(z_{rec}) = a(z_{rec}) \times d_{estática}$$

$$\text{logo} \quad d(z_{rec}) = a(z_{rec}) \times d(z=0) / a(z=0)$$

Mas $a(z) \propto 1/T(z)$ logo

$$d(z_{rec}) = T(z=0) / T(z_{rec}) \times d(z=0) = 2,73 / 3000 \times 150 \text{ Mpc} \times 3000 = 136,5 \text{ kpc}$$

7.

7.a 10 pontos

Do comprimento de onda menor para maior, temos H_beta, [OIII] e H_alpha.

7.b 10 pontos

$$3727 \text{ \AA} \rightarrow 8.0 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

$$4861 \text{ \AA} \rightarrow 6.2 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

$$5007 \text{ \AA} \rightarrow 6.0 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

$$6568 \text{ \AA} \rightarrow 4.6 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

7.c 10 pontos

$$z = 0.16$$

7.d 10 pontos

$$v = 44\,202 \text{ km/s}$$