2as Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova teórica da final nacional

4 de Maio de 2007 – 15:00

Respostas

1.

1.a

iv) Saturno, Júpiter, Urano e Neptuno

1.b

iii) 11 massas solares

1.c

ii) galáxias anãs

2.

2.a Numa órbita circular os focos estão ambos situados no centro do círculo, pelo que "c=0". Assim, e=c/a=0.

2.b e = 0,25 = c/a = > c = 9.87 UA
distância máxima = a + c = 49.35 UA
distância mínima = a - c = 29.61 UA

2.c Há duas razões pelas quais Plutão nunca choca com Neptuno, apesar de $d_{min} < 30{,}07$:

1) Plutão tem uma órbita bastante inclinada em relação à órbita de Neptuno, de maneira que mesmo quando as órbitas se cruzam, Plutão está sempre acima ou abaixo de Neptuno.

A razão anterior por si só não é suficiente, pois a inclinação varia e ao fim de muitas passagens os planetas poderiam acabar por colidir. Assim, a razão principal é:

2) $P_{Plutão}$ = 248 anos

$P_{Neptuno}$ = 164,9 anos

$P_{Plutão} / P_{Neptuno}$ = 3/2 = 1,5

ou seja, por cada 3 voltas de Neptuno ao Sol, Plutão completa 2. Assim, a posição relativa dos planetas nas suas órbitas é ciclica e se os planetas nao chocam durante as primeiras 3*2=6 voltas, então nunca mais voltam a chocar. A este fenómeno chama-se uma ressonância órbita 3:2.

3.a Não. Quando não há sombra em Dili significa que o Sol se encontra no zénite. Como as latitudes de Lisboa e Dili são diferentes, se o Sol está no zénite em Dili, não pode estar simultaneamente em Lisboa, pelo que haverá sempre sombra nesta cidade.

3.b A sombra é mínima, quando o Sol atinge a altura máxima (por volta do meio-dia solar). A diferenca de latitude entre Lisboa e Dili é: 38º,42+8º,29=46º,71. Como o Sol está no zénite em Dili, os seus raios em Lisboa fazem um ângulo de 46º,71 com o edifício. Assim, sombra = 50 * tg (46,71) = 53 m.

3.c Não. O eixo da Terra está inclinado cerca de 23º,5 , pelo que só as latitudes até este valor podem ter dias em que o Sol se encontra no zénite. O dia em que a sombra é menor em Lisboa, é o mesmo dia em que o Sol se encontra no seu ponto de altura máxima, isto é, quando se encontra na latitude de 23º,5. A diferença de latitudes em relação a Lisboa neste dia é: 38º,42-23º,5=14º,92 . Assim
sombra = 50*tan(14,92)=13,3 m.

3.d A distância aproximada entre Dili e Lisboa é dada por:

s = v * t = 850 *15,5=13175 Km.

Esta distância vai ser igual ao raio da Terra vezes a distância angular percorrida “b”. Para calcular "b" vamos utilizar a trigonometria esférica. Para isso precisamos de traçar um triângulo esférico sobre a superfície da Terra. Vamos utilizar o triângulo que tem como vértices Lisboa, Dili e o Pólo Norte (também se podia utilizar o Pólo Sul).

Para este triângulo conhecemos dois dos lados: a distância entre o Pólo Norte e Lisboa (c=90º - 38º,42=51º,58) e a distância entre o Pólo Norte e Dili (a=90º+8º,29=98º,29). A distância correspondente ao lado que sobra é a distância entre Lisboa e Dili, isto é, "b".

Para aplicar as fórmulas de trigonometria esférica (figura em anexo) temos de conhecer o ângulo oposto ao lado desconhecido, isto é, o ângulo B, entre o lado "a" e o lado "c". Como este ângulo é medido entre dois meridianos que saem do Pólo Norte, então B não é mais do que a diferença de longitudes entre Lisboa e Dili: B=9º,10+125º,34=134º,44 .

Podemos agora facilmente calcular a distância angular "b" uma vez que:

cos(b)=cos(c)*cos(a)+sin(c)*sin(a)*cos(B), ou seja,
cos(b)=cos(51,58)*cos(98,29)+sin(51,58)*sin(98,29)*cos(134,44),
cos(b)=-0,6324, ou seja, b=129º,23 = 2,255 rad.

Finalmente, o raio da Terra é dado por s=R*b, R=s/b=13175/2,255=5841 Km, e o diâmetro = 2*R = 11683 km, isto é, conclui-se que o diâmetro da Terra é aproximadamente 12 mil km.

4.

4.a 250 Massas Solares

4.b Não, porque 2 * 60 + 5 *30 = 270 Massas Solares > 250 Massas Solares.

5.

5.a

5.b

6.

6.a F = m a

F grav = G Mm / r^2

aceleração do movimento circular = v^2 /r

=> $GMm/r^2 = mv^2/r$ => $GM/r = v^2$ => $M = v^2\, r /G$

6.b Usando a equação deduzida na alinea anterior, $M = v^2\, r /G$

para a Terra, $M = (29{,}8\ 10^3)^2 * 1.5\ 10^{11} / 6.67\ 10^{-11} = 1{,}99\ 10^{30}$ kg

para Jupiter, $M = (13{,}1\ 10^3)^2 * 7.8\ 10^{11} / 6.67\ 10^{-11} = 2{,}01\ 10^{30}$ kg

para Neptuno, $M = (5{,}4\ 10^3)^2 * 4.5\ 10^{12} /6.67\ 10^{-11} = 1{,}97\ 10^{30}$ kg

Portanto, podemos dizer que a massa do Sol é aproximadamente igual a
$2\ 10^{30}$ kg

6.c Que está toda concentrada no Sol, por isso temos aproximadamente o mesmo valor para cada planeta e esse valor é precisamente a massa do Sol.

6.d r = 5 kpc => $M = 2{,}1\ 10^{40}$ kg

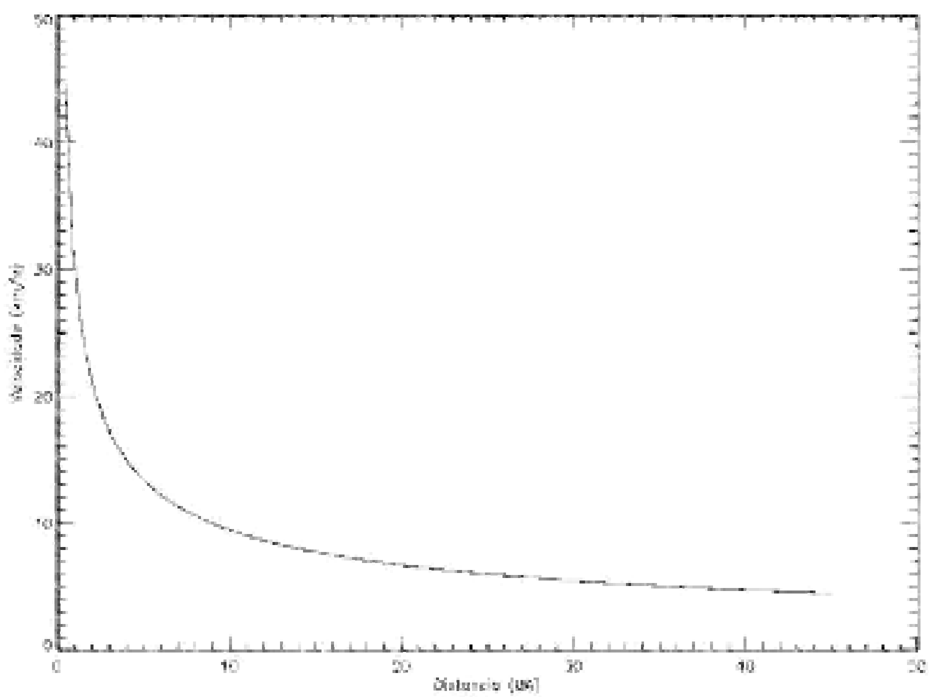
$r = 10$ kpc => $M = 5{,}6\ 10^{40}$ kg

$r = 15$ kpc => $M = 8{,}4\ 10^{40}$ kg

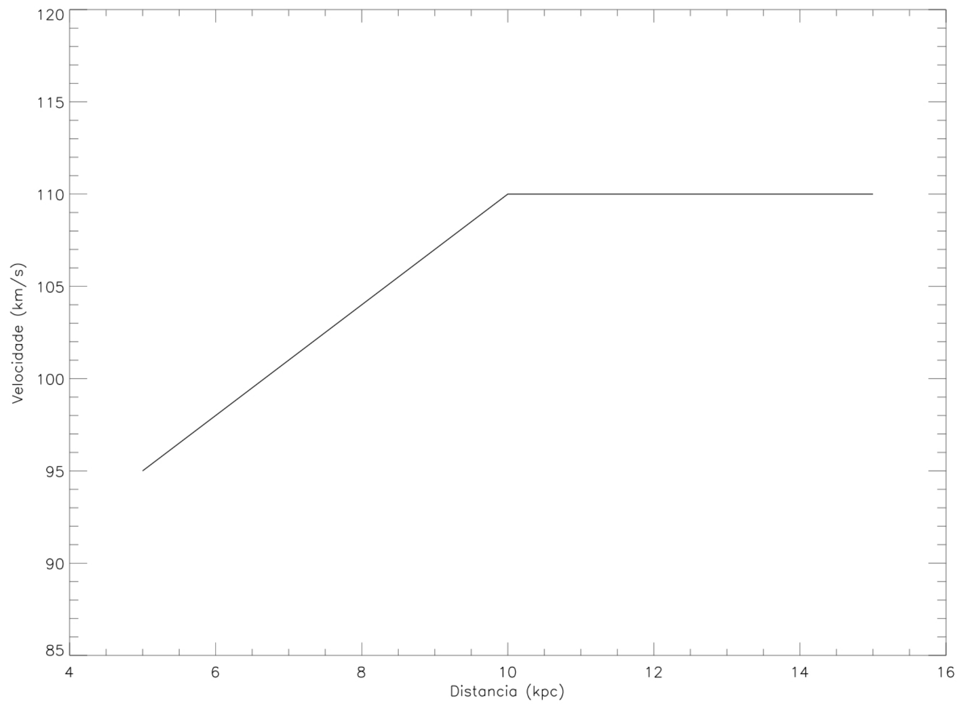
6.e A massa aumenta quando a distância ao cento da galáxia aumenta também. Isto acontece porque as estrelas movem-se sob a influência gravitacional de toda a massa contida na sua órbita, e portanto estrelas a maiores distâncias movem-se sob a influência de mais matéria que estrelas mais próximas do centro.
A melhor estimativa para a massa da galáxia é a que inclui maior quantidade de matéria, ou seja $8{,}4\ 10^{40}$ kg. A massa real da galáxia é provavelmente maior que este valor.

6.f

Sistema Solar



Galáxia F563-1



6.g Ver alíneas **c.** e **e.**

6.h Na curva de rotação da galáxia a velocidade devia decrescer com a distância ao centro seguindo a relação, $v \propto 1 / \sqrt{r}$ (ver alínea **a.**). Ora isto não se verifica, o que nos leva a pensar na existência de matéria escura, i.e., matéria que não observamos mas que faz com que a curva de rotação não decresça. Na realidade, as galáxias espirais apresentam halos de matéria escura, que se estendem até grandes distâncias da matéria visível da galáxia.

Fim da prova

5. (a) $R = (\frac{2E}{\rho})^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}}$

$V = \frac{dR}{dt}$

$V = \frac{dR}{dt} = \frac{2}{5} (\frac{2E}{\rho})^{\frac{1}{5}} t^{\frac{-3}{5}} = \frac{2}{5} (\frac{2E}{\rho})^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}} t^{-1} = \frac{2}{5} \frac{R}{t}$

(b) $\rho = 10^{-24} gcm^{-3} = 10^{-21} Kgm^{-3}$

$E = 10^{42} J$

$R = (\frac{2*10^{42}}{10^{-21}})^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}} = 2^{\frac{1}{5}} 10^{\frac{63}{5}} t^{\frac{2}{5}}$

Para $t = 10^3 anos = 3.1536 * 10^{10} s$ (1 ano = 365 x 24 x 3600 segundos)

$R = 7.24803 * 10^{16} m$

$1pc = 3.086 * 10^{16} m \Rightarrow R \cong 2.35pc$

$V = 919334.094 ms^{-1}$

Para $t = 10^6 anos = 3.1536 * 10^{13} s$

$R = 1.14874 * 10^{18} m \cong 37.224pc$

$V = 14570.522 ms^{-1}$

A velocidade está a diminuir, ou seja, a aceleração da expansão é negativa.